CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SFERA”- EDIȚIA a XIX-a

BĂILEȘTI, 16 MARTIE 2024

CLASA a VI-a

Partea I (50 puncte)

Pentru întrebările 1-5 scrieți pe lucrare litera corespunzătoare răspunsului corect:

1. Soluția ecuației $\frac{1+3+5+\cdots+2023}{2+4+6+\cdots+2024}=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{x(x+1)}$, unde $x\neq 0, x\neq -1$este:

a) 1012; b) 1013; c) 2024; d) 2025.

2. Care este cel mai mare număr de unghiuri cu masuri numere naturale distincte, proporționale cu numere impare ce pot fi construite în jurul unui punct?

a) 8; b) 4 ; c) 5; d) 6.

3. Se dau 94 de puncte, 36 dintre ele sunt coliniare iar celelalte sunt oricare trei necoliniare. Care este numărul dreptelor determinate de cele 94 de puncte?

a) 3524 drepte b) 3742 drepte c) 3286 drepte d) 3738 drepte

4. Fie x, y, z, t numerele triunghiurilor dreptunghice, triunghiurilor dreptunghice isoscele, triunghiurilor isoscele, respectiv triunghiurilor echilaterale. Știind ca $\{x, y, z, t\}$ $și$ $\{2, 1, 4, 8\}$ sunt direct proporționale și $x^2y = 2t$, calculați numărul liniilor importante ce pot fi trasate in aceste triunghiuri (înălțimi, bisectoare, mediane, mediatoare):

a) 174; b) 147 ; c) 136 ; d) 163.

5. Aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC știind că

$$m(\hat{A})=\frac{3x^\circ-15}{3},\ m(\hat{B})=\frac{2x^\circ-6}{3},\ m(\hat{C})=\frac{7x^\circ+2}{2}\ \ x\in N:$$

a) 30; 23; 127; b) 31; 21; 128; c) 31; 22; 127; d) 30; 24; 126;

Probleme propuse de Prof. Nicolae Ivăşchescu, Canada

Partea a II-a (40 puncte)

Pentru problemele 1 și 2 notează pe lucrare rezolvările complete

Problema 1 (20 puncte)

Se dă triunghiul ABC, $m(\hat{A})=90°$, (AM bisectoarea unghiului DAC unde D este piciorul perpendicularei din A pe BC. Cu ajutorul unui echer construiți bisectoarea $\widehat{ABC}$. (Cu echerul se pot construi doar drepte și unghiuri drepte).

Prof. Nicolae Ivăşchescu, Canada

Problema 2 (20 puncte)

Determinaţi numerele naturale a, b, c, d știind că:

$\frac{a+b+c}{6}=\frac{b+c+d}{9}=\frac{a+c+d}{8}=\frac{a+b+d}{7}$ și că $3a+4b+5c+6d=600$.

Prof. Nicolae Ivăşchescu, Canada

Timp de lucru: 2 ore și 30 min

Din oficiu se acordă : 10 puncte

BAREM - Clasa a VI-a

Partea I (5 x 10 p.)

1. a); 2. d); 3. b); 4. a); 5.c)

Partea a II-a

Problema 1

$(BB' bisectoarea\ \widehat{ABC}, (AM\ \cap (BB' = \{I\},\quad (AD\ \cap (BB' = \{E\}$

$\Delta BED\ dr\ in\ D, \widehat{BED} = 90° - \dfrac{\widehat{ABC}}{2}$

$\Delta ABB'\ dr\ in\ A, \widehat{AB'B} = 90° - \frac{\widehat{ABC}}{2}$.

$\Delta AEB'$ isoscel →(AI bisectoare, (AI inaltime→ $AM\ perpendicular\ pe\ BB'$

Constructie:

Trasam perpendiculara din B pe bisectoarea (AM→ $(BB' bisectoarea\ \widehat{ABC}$.....6p

Demonstratie:

In $\Delta AEB'$ avem (AI bisectoare, (AI inaltime→ $\Delta AEB'$ isoscel.....5p

In $\Delta ABB'\ dr\ in\ A, \widehat{ABB'} = 90° - \widehat{AB'B}$.....2p

In $\Delta BED\ dr\ in\ D, \widehat{EBD} = 90° - \widehat{BED}$.....2p

$\widehat{BED} = \widehat{AEI}$ op la varf.....2p

Finalizare.....3p

Problema 2

$\frac{a+b+c}{6} = \frac{b+c+d}{9} = \frac{a+c+d}{8} = \frac{a+b+d}{7} = k$.....2p

$a + b + c = 6k$

$b + c + d = 9k$

$a + c + d = 8k$

$a + b + d = 7k$.....4p

$a + b + c + d = 10k$.....4p

$a = k, b = 2k, c = 3k, d = 4k$.....4p

$k = 12$.....4p

$a = 12, b = 24, c = 36, d = 48$.....2p

NOTĂ: Orice altă modalitate corectă de rezolvare se acceptă şi se punctează corespunzător.